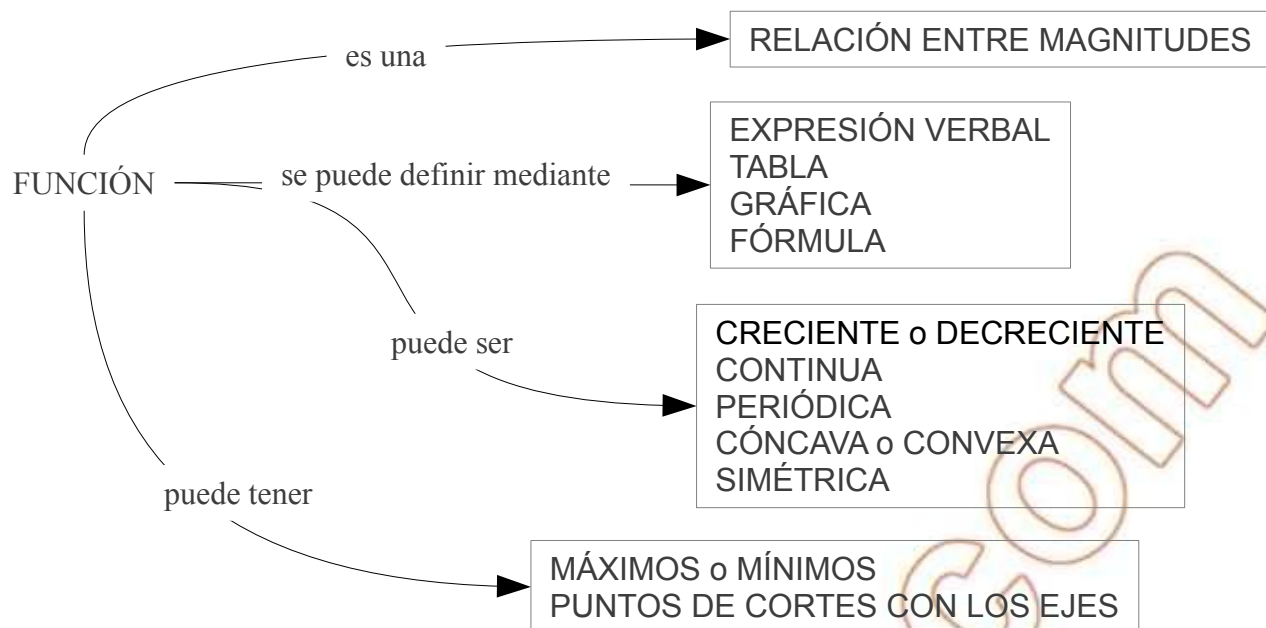
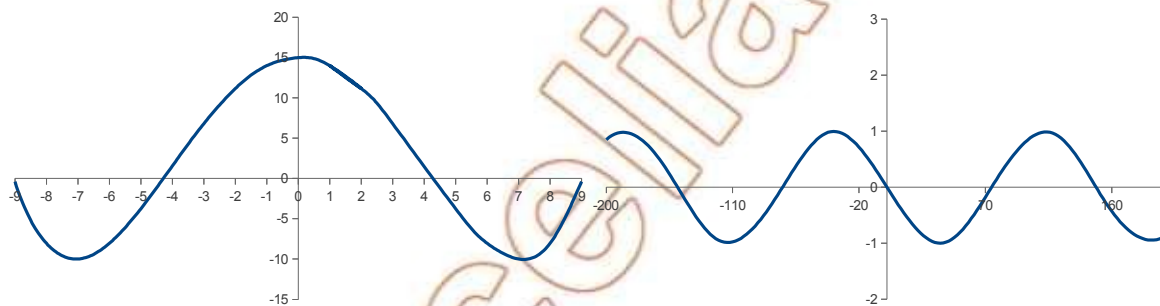


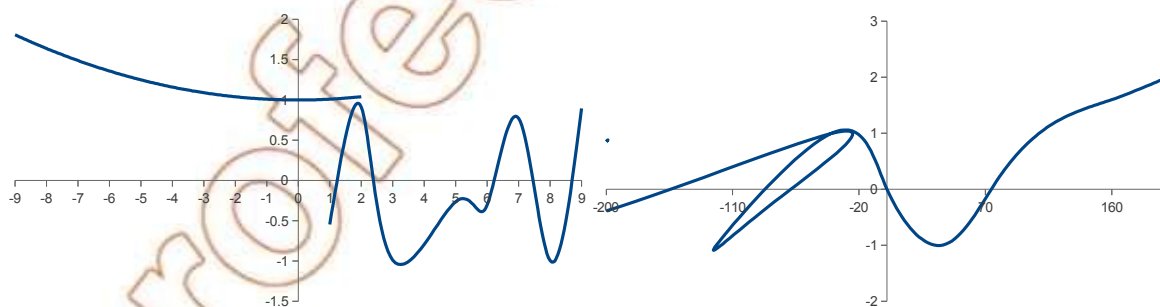
Funciones



Una **FUNCIÓN** es una relación entre dos variables de forma que, a cada valor de la variable independiente (**x**), le corresponde un único valor de la variable dependiente (**y**).



ejemplos de función



ejemplos de no función

Una función se puede expresar mediante:

- Una expresión verbal.

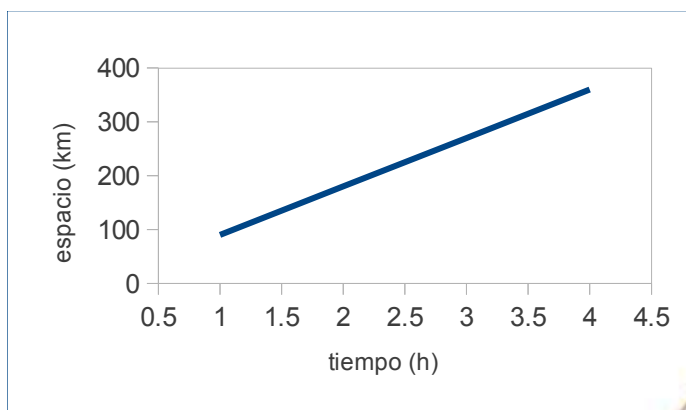
Relación entre el espacio recorrido por un coche y el tiempo empleado si su velocidad es de 90 km/h.

- Una tabla.



t(h)	1	1.5	2	4
e(km)	90	135	180	360

- **Una gráfica.**



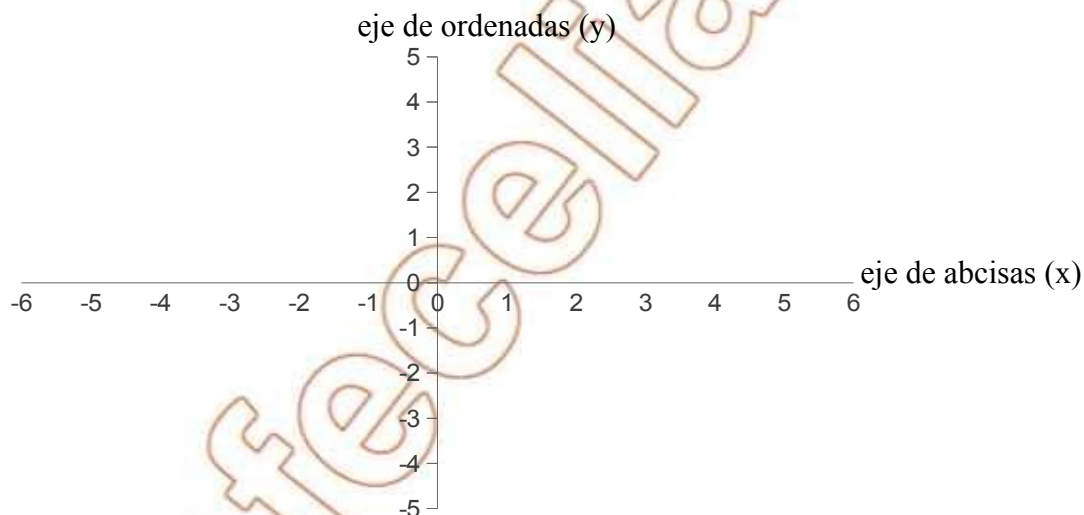
- **Una fórmula ($y=f(x)$)** → usamos una expresión algebraica para relacionar las dos variables.

$$e=90 \cdot t$$

Dependiendo de cada función concreta, la definiremos mediante una u otra forma, según lo que mejor se ajuste.

Representación gráfica.

A la hora de representar gráficamente una función lo haremos sobre unos ejes cartesianos:



El eje horizontal es el **eje de abscisas** y sobre él representamos los valores de la variable independiente (x).

El eje vertical es el **eje de ordenadas** y sobre él representamos los valores de la variable dependiente (y).

Cada punto de la gráfica tiene dos coordenadas (x,y).

Los ejes deben estar graduados cada uno en la escala más conveniente.

Estudio de funciones.

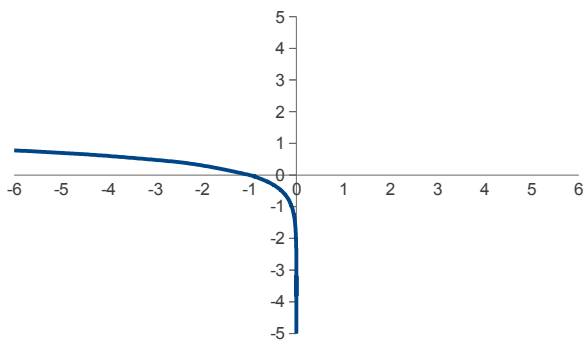
Para poder realizar el estudio del comportamiento de una función debemos mirar su gráfica de izquierda a derecha (en el mismo sentido en el que escribimos). De esta forma vemos cómo varía y cuando el valor de x aumenta.

El **DOMINIO** de una función es el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente (x). Lo expresamos como **Dom(f)**.

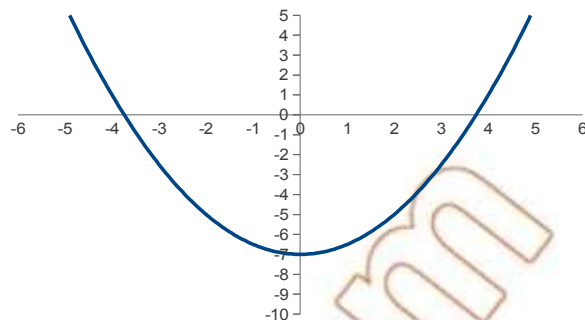
La **IMAGEN** o **RECORRIDO** de una función es el conjunto de valores que toma la variable dependiente

(y). Lo expresamos como **Im(f)**.

Tanto el dominio como la imagen deberemos expresarlos como intervalos, ya que es la manera que tenemos de definir los conjuntos de números:



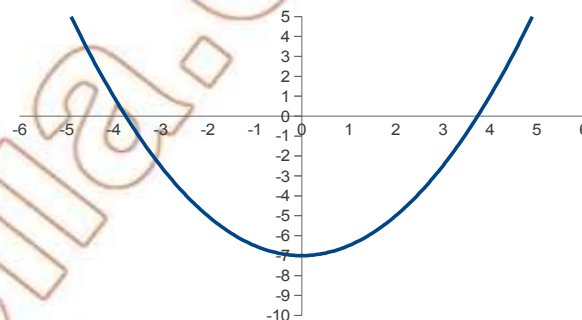
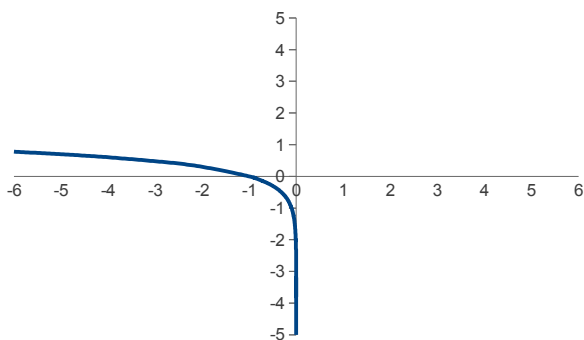
$$\text{Dom}(f) = (-\infty, 0)$$



$$\text{Im}(f) = (-7, +\infty)$$

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO. Una función es creciente cuando al aumentar **x**, aumenta **y**.

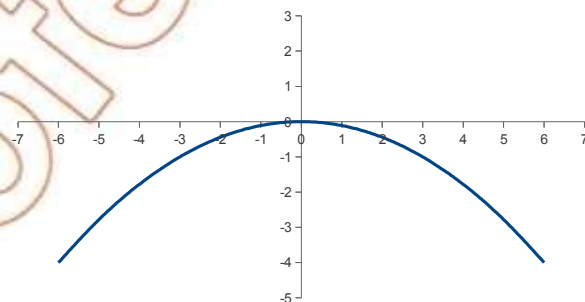
Una función es decreciente cuando al aumentar **x**, disminuye **y**.



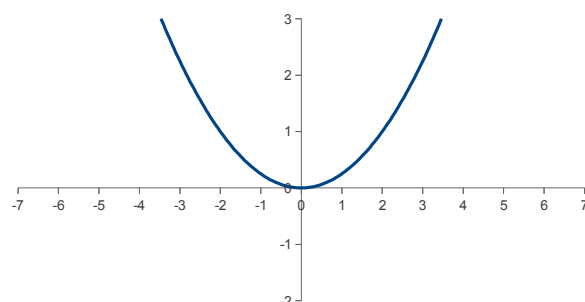
Esta función es decreciente en todo su dominio.

Esta función tiene un tramo creciente y otro decreciente.

Una función tiene un **MÁXIMO** en un punto cuando en su entorno todos los valores de la **y** son menores que en el punto considerado. El máximo es el punto donde una función pasa de ser creciente a ser decreciente.

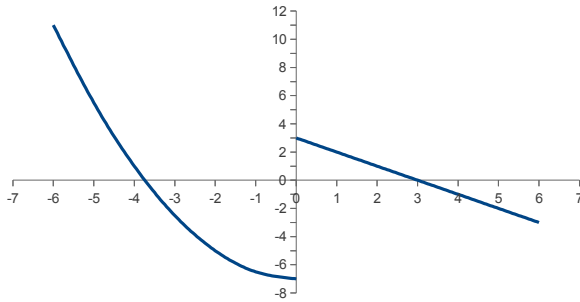


Una función tiene un **MÍNIMO** en un punto cuando en su entorno todos los valores de la **y** son mayores que en el punto. El mínimo es el punto donde una función pasa de ser decreciente a ser creciente.



CONTINUIDAD. Una función es continua si su gráfica se puede dibujar de un solo trazo.

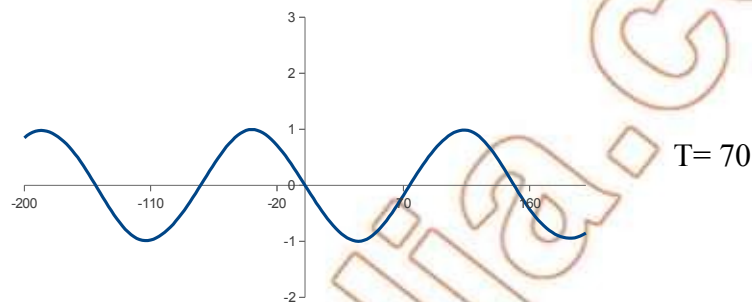
Una función es discontinua si su gráfica no se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel.



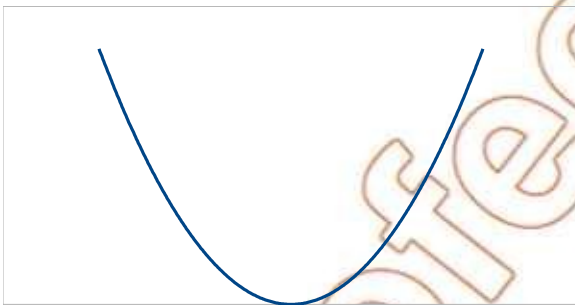
Esta función tiene una discontinuidad en $x=0$.

Los dos ejemplos anteriores son funciones continuas.

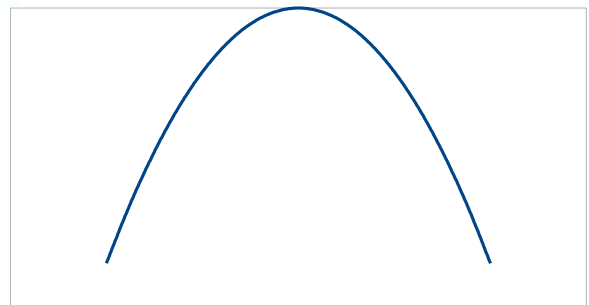
PERIODICIDAD. Una función es periódica si su gráfica se repite en intervalos de amplitud constante. Se llama **periodo** a la longitud de dicho intervalo. Como su comportamiento se va repitiendo, para conocer la función completa basta estudiar su comportamiento en un solo periodo.



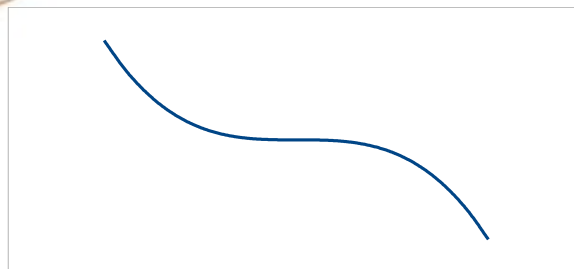
CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD. Una función es **cóncava** en un tramo cuando en dicho tramo tiene forma de U y es **convexa** cuando tiene forma de U invertida. Si hay algún punto en el que la función pasa de ser cóncava a ser convexa, decimo que tiene un **punto de inflexión**.



Función convexa



Función cóncava

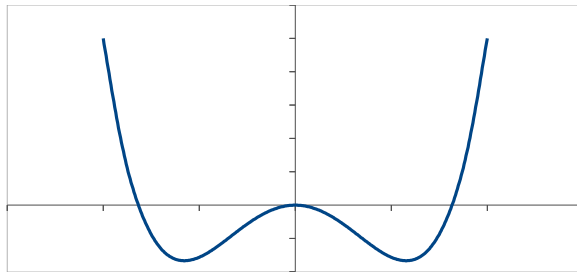


Punto de inflexión

SIMETRÍA. Decimos que una función es simétrica cuando se da alguno de los siguientes casos:

- **Simetría par:** la función tiene una simetría axial respecto del eje de ordenadas. $f(x)=f(-x)$

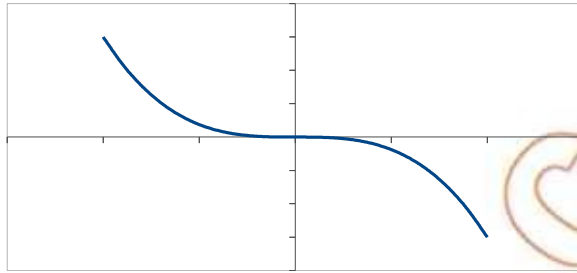




$$f(x) = x^4 - x^2$$

$$f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 = x^4 - x^2 = f(x)$$

- **Simetría impar:** la función tiene una simetría central respecto del origen de coordenadas. $f(x) = -f(-x)$



$$f(x) = -x^3$$

$$f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x)$$

En general, una función puede presentar simetría axial respecto a otro eje vertical diferente del eje de ordenadas o simetría central respecto a otro punto diferente del origen de coordenadas.

Expresión analítica de una función.

Ya se ha comentado antes que una de las formas de expresar una función es mediante una fórmula. Esta fórmula debe expresar, mediante una ecuación, la relación algebraica que existe entre las dos variables que intervienen (x e y).

La representación gráfica es una forma muy cómoda de ver el comportamiento de cualquier función, pero mediante la expresión analítica de la función podemos tener de forma muy resumida información exacta de toda la función.

Además, a partir de la fórmula podemos obtener con precisión cualquier valor de la función conocida alguna de las dos variables.

