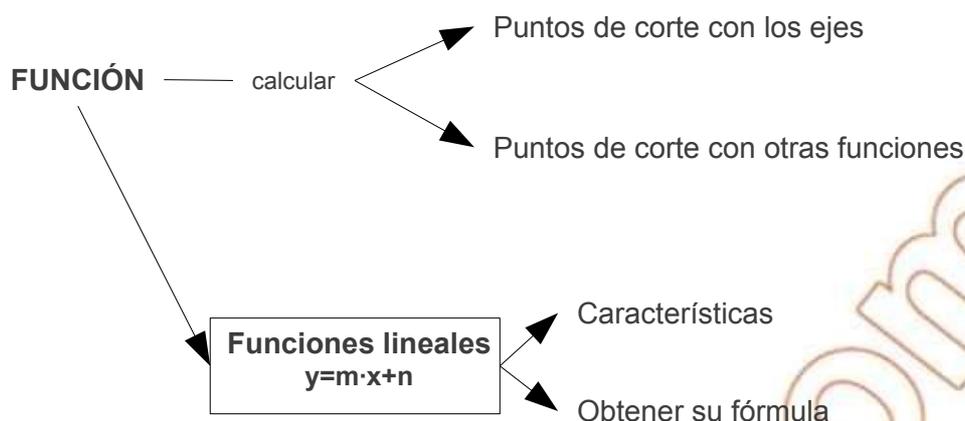


Funciones

Trabajando con su expresión analítica



Expresión analítica de una función.

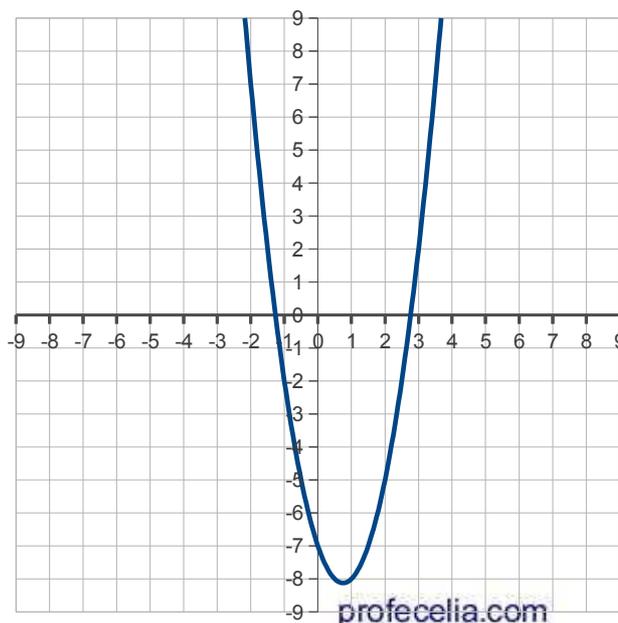
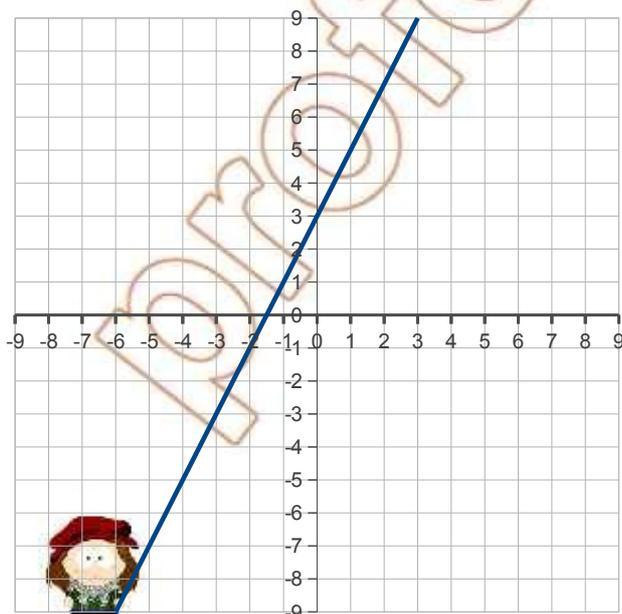
Ya se ha comentado que una de las formas de expresar una función es mediante una fórmula. Esta fórmula debe expresar, mediante una ecuación, la relación algebraica que existe entre las dos variables que intervienen (x e y).

La representación gráfica es una forma muy cómoda de ver el comportamiento de cualquier función, pero mediante la expresión analítica de la función podemos tener de forma muy resumida información exacta de toda la función.

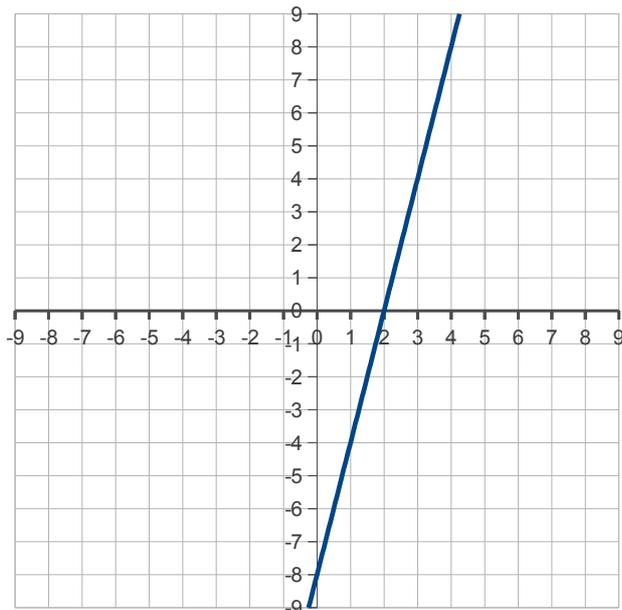
Además, a partir de la fórmula podemos obtener con precisión cualquier valor de la función conocida alguna de las dos variables.

Puntos de cortes con los ejes

Ya sabemos cómo determinar los puntos de corte con los ejes si tenemos su representación gráfica. Ahora vamos a fijarnos en el procedimiento que debemos seguir para obtener las coordenadas de los puntos de corte si tenemos la fórmula que define la función:



La función corta al eje de ordenadas en un solo punto. Ese punto de corte se corresponde con $x=0$. Por ello, bastará sustituir en la expresión de la función la variable x por el valor 0 y hacer los cálculos para obtener el valor de la coordenada y .



Ejemplo:

$$y = f(x) = 4x - 8$$

$x = 0 \rightarrow y = f(0) = 4 \cdot 0 - 8 = -8 \Rightarrow$ el punto de corte con el eje de ordenadas es $(0, -8)$

$$y = f(x) = 4x - 8$$

$y = 0 \rightarrow 4x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow$ solo corta al eje de abscisas en el punto $(2, 0)$

La función puede cortar al eje de abscisas en varios puntos, pero todos ellos tienen en común que $y=0$. En este caso tendremos que igualar la expresión de la función a 0 y averiguar qué valores de la variable x verifican esa igualdad.

Practica:

Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

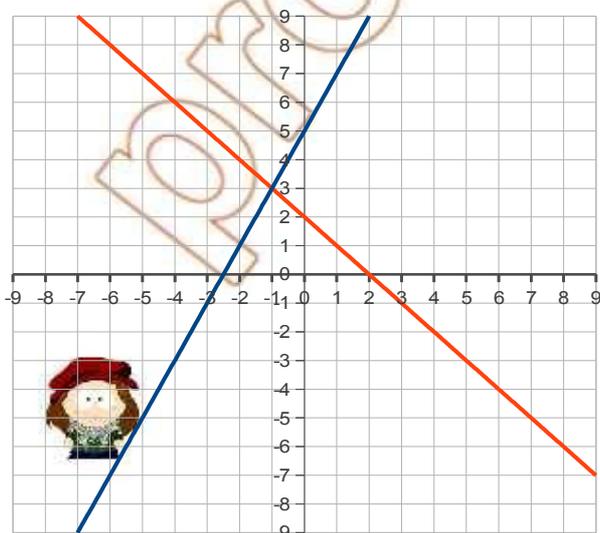
- a) $y = f(x) = 3x - 6$ c) $y = f(x) = x + 9$ e) $y = f(x) = 2x^2 - 6x + 4$ g) $y = f(x) = x^2 - 9$
 b) $y = f(x) = 12 - 3x$ d) $y = f(x) = 2x + 5$ f) $y = f(x) = x^2 - 7x + 12$ h) $y = f(x) = 4x^2 - 15$

Intersección de funciones

El estudio de funciones nos sirve para estudiar diferentes situaciones de la vida real. Hay ocasiones en las que nos interesa saber si dos funciones tienen algún punto en común y cuál es ese punto.

Si disponemos de las representaciones gráficas de las dos funciones simplemente nos tendremos que fijar en el punto en el que se cruzan las dos gráficas.

Si disponemos de las expresiones analíticas, tendremos que compararlas.



Ejemplo:

Queremos saber el punto en el que coinciden las siguientes funciones:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 5 \\ y = -x + 2 \end{array} \right\} \text{ podemos igualar las dos expresiones:}$$

$$2x + 5 = -x + 2$$

ahora sólo tendremos que despejar el valor de la x :
 $2x + x = 2 - 5 \rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$

Para averiguar el valor de la y podemos sustituir en cualquiera de las dos expresiones:

$$y = 2 \cdot (-1) + 5 = 3 \quad \text{profecelia.com}$$

Por lo tanto, las dos funciones coinciden (se cortan) en el punto $(-1, 3)$

Practica:

Halla el punto en el que coinciden las siguientes funciones:

a) $\begin{cases} y=3x-5 \\ y=2-x \end{cases}$

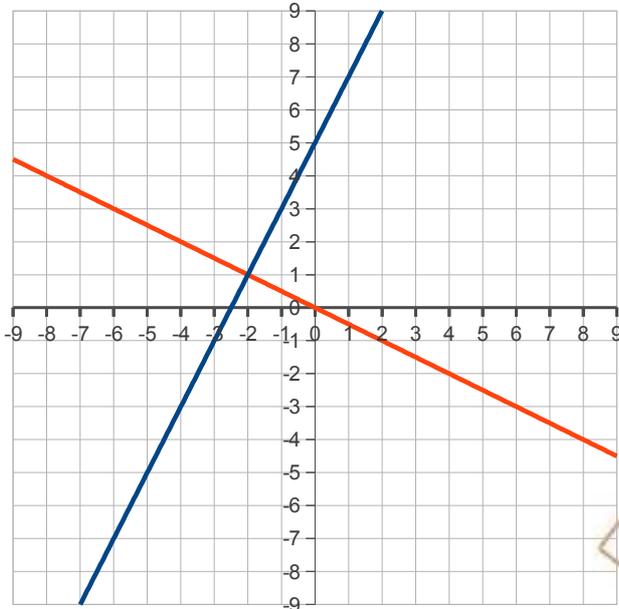
b) $\begin{cases} y=7x \\ y=4x+6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y=x+5 \\ y=2-x \end{cases}$

d) $\begin{cases} y=\frac{x+1}{2} \\ y=2x \end{cases}$

Funciones lineales

Las funciones lineales son aquellas que se representan gráficamente mediante una recta.



La forma analítica general es: $y = m \cdot x + n$

Familiarízate:

Obtén la tabla de valores de las siguientes funciones lineales y represéntalas gráficamente:

a) $y=x$

c) $y=-3x$

e) $y=\frac{1}{2}x$

g) $y=2x-4$

i) $y=-x-5$

b) $y=2x$

d) $y=-x$

h) $y=-3x+1$

a) $y=\frac{1}{2}x+2$

f) $y=x+2$

La **m** en la expresión analítica es la **pendiente** de la recta.

- A medida que toma valores mayores, su inclinación es también mayor.
- Si toma valores positivos ($m > 0$), la función es **creciente** y si toma valores negativos ($m < 0$), la función es **decreciente**.

La **n** en la expresión analítica es la **ordenada en el origen**, es decir, el valor de la y en el punto de corte con eje de vertical.

Ecuación de la función lineal a partir de la gráfica

La ecuación tendrá la forma $y = m \cdot x + n$.

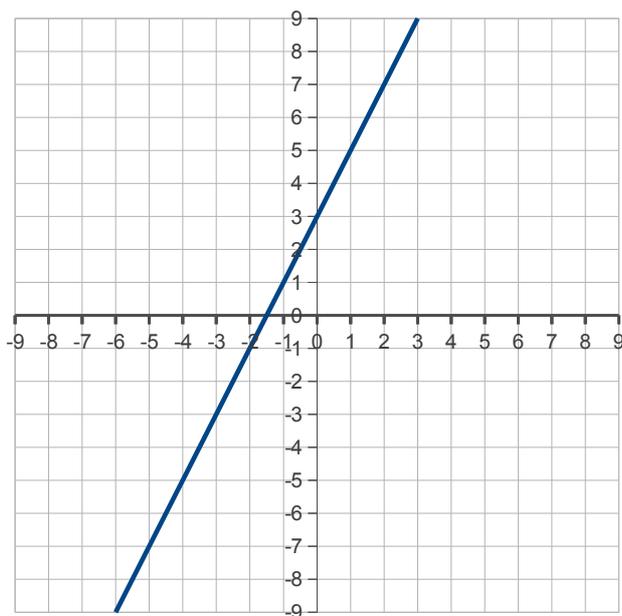
n se obtiene mirando el punto de corte con el eje de ordenadas.

m se obtiene a partir de dos puntos de la recta que nosotros elegimos: (a, b) y $(c, d) \Rightarrow m = \frac{d-b}{c-a}$

El valor obtenido para la pendiente no depende de los puntos escogidos, pero debemos tener cuidado en el orden en el que hagamos las operaciones.



Ejemplo:



$$\left. \begin{array}{l} n=3 \\ m=\frac{6-2}{3-1}=\frac{4}{2}=2 \end{array} \right\} \rightarrow y=2x+3$$

profecelia.com

