$$\operatorname{sen}(90^0+x)-\sqrt{2}\operatorname{sen}x=0$$

$\operatorname{sen}(90^\circ+x)=\cos x$

(si no recordamos esta relación, podemos encontrarla a partir del $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$)

$\to \cos x-\sqrt{2}\operatorname{sen}x=0$

$\cos x=\sqrt{2}\operatorname{sen}x$

$(\cos x)^2=(\sqrt{2}\operatorname{sen}x)^2$

$\cos^2 x=2\operatorname{sen}^2 x$

$1-\operatorname{sen}^2 x=2\operatorname{sen}^2 x$

$1=3\operatorname{sen}^2 x$

$\operatorname{sen}^2 x=\frac{1}{3}$

$\nearrow\ \operatorname{sen}x=-\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x=\operatorname{arc\,sen}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\boxed{-35^\circ 15' 52'' + 360^\circ n}$

$\searrow\ \operatorname{sen}x=\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x=\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\boxed{35^\circ 15' 52'' + 360^\circ n}$

$$\operatorname{sen}\left(30^{0}-x\right)+\cos\left(60^{0}-x\right)=\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{sen}(30^\circ-x)=\operatorname{sen}30^\circ\cos x-\operatorname{sen}x\cos 30^\circ=\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}x$$

$$\cos(60^\circ-x)=\cos 60^\circ\cos x+\operatorname{sen}x\operatorname{sen}60^\circ=\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}x$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}x=\frac{1}{2}$$

$$\cos x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\arccos\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x=60^\circ+360^\circ n \\ x=300^\circ+360^\circ n \end{array}}$$

$$\operatorname{sen} 2x - 2\cos^2 x = 0$$

$$\operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x \quad \Big\} \quad 2 \operatorname{sen} x \cos x - 2\cos^2 x = 0 \longrightarrow \text{factor común}$$

$$\underbrace{2\cos x\,(\operatorname{sen} x - \cos x) = 0}$$

es un producto igual a 0 => alguno de los factores debe ser cero.

$$\Rightarrow \quad \cos x = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 90^\circ + 360^\circ n} \\ \boxed{x = 270^\circ + 360^\circ n} \end{cases}$$

$$\operatorname{sen} x - \cos x = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 45^\circ + 360^\circ n} \\ \boxed{x = 225^\circ + 360^\circ n} \end{cases}$$

deberíamos saberlo, si no también podemos ver que $\operatorname{tg} x = 1$

$$\cos 2x - 3\operatorname{sen} x + 1 = 0$$

$\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

$\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x + 1 = 0$ → si podemos escribirlo todo en función de cos x, lo podremos resolver como una ec de 2º grado

$\cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x$

$1 - \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x + 1 = 0$

$-2\operatorname{sen}^2 x - 3\operatorname{sen} x + 2 = 0$

Hacemos cambio de variable para que sea más sencillo operar → $A = \operatorname{sen} x$

$\Rightarrow -2A^2 - 3A + 2 = 0$

$$A = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-2)2}}{2(-2)} = \begin{cases} A = -2 \to \text{solución no válida} \\ A = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 30^\circ + 360^\circ n \\ x = 150^\circ + 360^\circ n \end{array}}$$

$$4\,\mathrm{sen}^2 x \cos^2 x - 2 = 0$$

$$\mathrm{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$4(1-\cos^2 x)\cos^2 x - 2 = 0$$

$$4\cos^2 x - 4\cos^4 x - 2 = 0$$

$$A = \cos x$$

$$\Rightarrow -4A^4 + 4A^2 - 2 = 0 \quad \text{(Ec bicuadrada)}$$

$$2A^4 - 2A + 1 = 0$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2} \rightarrow \text{no tiene solución real}$$

$\Rightarrow$ La ec. no tiene solución.

Otro planteamiento:

$$\mathrm{sen}\,2x = 2\,\mathrm{sen}\,x \cos x$$

$$\mathrm{sen}^2 2x = 4\,\mathrm{sen}^2 x \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \mathrm{sen}^2 2x - 2 = 0$$

$$\mathrm{sen}^2 2x = 2$$

$$\mathrm{sen}\,2x = \sqrt{2} > 1 \Rightarrow \nexists \text{ solución}$$

$$\sqrt{2}\cos\left(\frac{x}{2}\right) - \cos x = 1$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$$

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}} - \cos x = 1$$

$$\sqrt{1+\cos x} - \cos x = 1$$

$$\sqrt{1+\cos x} = 1 + \cos x$$

$$1+\cos x = (1+\cos x)^2$$

$$1+\cos x = 1 + 2\cos x - \cos^2 x$$

$$\cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\cos x(\cos x - 1) = 0 \left\{ \begin{array}{l} \cos x = 0 \Rightarrow x = 90^\circ + 360^\circ n \\ \qquad\qquad\quad\; x = 270^\circ + 360^\circ n \\ \\ \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ n \end{array} \right.$$

Comprobamos las soluciones obtenidas (por tratarse de una ecuación irracional):

Sólo es válida $\boxed{x = 90^\circ + 360^\circ n}$