

1. De una función continua y derivable f , se sabe que la gráfica de la función derivada f' , es una parábola que pasa por los puntos $(-1,0)$ y $(3,0)$ y que tiene su vértice en el punto $(1,-2)$

- Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f , así como la existencia de sus extremos.
- Si $f(1) = 2$, encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$

2. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- Calcule el valor de "a" para que la función sea continua en $x = 2$. Para ese valor de "a" obtenido, ¿es derivable la función en $x = 2$?
- Para $a = 4$, estudie la monotonía y calcule las ecuaciones de las asíntotas, si existen.

3.

- Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot (3x^2 + 5x)^3 \qquad g(x) = \frac{\ln(3x)}{e^{2x}}$$

- Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{3x+6}{2x+1}$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- Determine, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de la función $h(x)$.

4. La función de costes de una fábrica, $f(x)$, en miles de euros, viene dada por la expresión:

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 200$$

donde x es la cantidad fabricada del producto, en miles de kilogramos.

- Determine la cantidad a fabricar para minimizar el coste y calcule este coste mínimo.
- A partir del signo de $f'(7)$, ¿qué se puede decir del coste para una producción de siete mil kilogramos?
- Dibuje la gráfica de la función de costes. ¿Para qué cantidad o cantidades fabricadas el coste es de 200000 €?

5. Sea la función $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$.

- Estudie su continuidad y derivabilidad. Calcule la función derivada.
- Calcule las ecuaciones de sus asíntotas, en caso de que existan.
- Halle los puntos de la gráfica de f donde la recta tangente sea tal que su pendiente valga -1

6. En un ensayo clínico de 10 meses de duración, el porcentaje de células de un determinado tejido afectadas por un tipo de enfermedad en el paciente del estudio, viene dado por la función

$$P(t) = \begin{cases} 8t - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ 2t & \text{si } 6 < t \leq 10 \end{cases}, \text{ donde } t \text{ es el tiempo en meses.}$$

- Represente gráficamente la función $P(t)$.
- ¿En qué mes empieza a decrecer el porcentaje de células afectadas de dicho tejido? ¿Qué porcentaje hay justo en ese momento? ¿En algún otro mes del ensayo se alcanza ese mismo porcentaje?
- ¿En qué mes el porcentaje de células afectadas es máximo? ¿Cuál es el porcentaje en ese momento?

7. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

- $f(x) = \sqrt[3]{x}$
- $f(x) = \frac{\cos x}{x-1}$
- $f(x) = e^x \cdot \sin x$
- $f(x) = e^{2x}$
- $f(x) = e^{x^2} + e^{-x^2} + \frac{1}{2}$
- $f(x) = e^{2 \sin x} + 3$
- $f(x) = \cos^2(x^2 + 1)$
- $f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{1-2x}\right)$
- $f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{2x+1}{1-2x}}\right)$
- $f(x) = \frac{\cos x}{2 \sin^2 x}$