

1.

a) Halle las funciones derivadas de las funciones definidas por las siguientes expresiones:

$$f(x) = (2x^2 - 3)^2; \quad g(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}; \quad h(x) = x \cdot e^{3x}$$

b) Determine el dominio y las asíntotas de la función $m(x) = \frac{2x+3}{x-4}$

2.

a) Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Estudie su continuidad y su derivabilidad.

b) Se considera las funciones $g(x) = (2x+1)^3$ y $h(x) = \frac{x-1}{x^2}$

Halle sus funciones derivadas.

3. La función derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

a) Obtenga los intervalos de monotonía de la función f y los valores de x en los que dicha función alcanza sus extremos locales.

b) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f .

c) Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2, 5)$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.

4. Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$.

a) Determine el valor de los parámetros a y b sabiendo que la función f tiene un máximo en $x=1$ y que $f(1) = 2$.

b) Para $a = b = 1$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

5. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2+x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Analice la continuidad y la derivabilidad de la función en su dominio.

b) Determine la asíntota horizontal, si la tiene.

c) Determine la asíntota vertical, si la tiene.

6. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f .

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x=3$.

7. Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0,2t^2 + 4t + 25, 0 \leq t \leq 25 \quad (t = \text{años transcurridos desde el año 2000}).$$

- ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?
- ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?
- Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $C(t)$ en $t = 8$. Interprete el resultado anterior relacionándolo con el crecimiento o decrecimiento.

8. Un almacenista de frutas ha estimado que el beneficio que le produce cada kilogramo (kg) de fresas depende del precio de venta de acuerdo con la función $B(x) = -x^2 + 4x - 3$ siendo $B(x)$ el beneficio por kg y x el precio de cada kg, ambos expresados en euros.

- ¿Entre qué precios se producen beneficios para el almacenista?
- ¿Qué precio maximiza los beneficios?
- Si tiene en el almacén 10000 kg de fresas, ¿cuál será el beneficio total máximo que podrá obtener?

9. Sea la función $f(x) = x^3 - 1$.

- Calcule los puntos de corte de la gráfica con los ejes, su monotonía y extremos relativos, si los tuviese.
- Determine su curvatura y punto de inflexión.
- Halle los puntos de la gráfica en los que la recta tangente tiene de pendiente 3.

10. Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Represente gráficamente la función.
- Estudie la continuidad de la función.
- Estudie la derivabilidad de la función.

11. Sea la función $f(x) = \frac{x-1}{2x-1}$

- Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $(0,1)$.
- Estudie la monotonía de f .
- Halle las asíntotas, los puntos de corte con los ejes y represente gráficamente la función.

12. Sea la función $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ x^3 - x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- ¿Es f continua en $x = 0$? ¿Es continua en su dominio?
- ¿Es f derivable en $x = 0$? ¿Es derivable en su dominio?
- Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.