

Nombre y apellidos:

Fecha:

Opción A

1. Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

a) (0,5 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f .

b) (0,75 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

c) (0,75 puntos) Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f .

d) (0,5 puntos) Esboza la gráfica de f .

2. (2,5 puntos) Calcula la integral $\int \frac{3x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 - x - 2} dx$

3. Se sabe que la función $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$ es

continua en $[0, +\infty)$.

a) (0,5 puntos) Halla el valor de a .

b) (2 puntos) Calcula $\int_0^{10} f(x) dx$.

4. Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 3y + z = 5 \\ mx + 2z = 0 \\ my - z = m \end{cases}$

a) (1 punto) Determina los valores de m para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para $m = 1$.

b) (1 punto) Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.

c) (0,5 puntos) ¿Hay algún valor de m para el que el sistema no tiene solución?

5. Halla la matriz X que cumple que $A \cdot X \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Nombre y apellidos:

Fecha:

Opción B

1. (2,5 puntos) Se sabe que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \alpha \operatorname{sen} x}{x^2}$ es finito. Determina el valor de α y calcula el límite.

2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{si } x \leq 0 \\ (x-2)^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) (1 punto) Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con el eje de abscisas y esboza dicha gráfica.

b) (1,5 puntos) Halla el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f y por el eje de abscisas.

3. (2,5 puntos) Calcula $\int_{-1}^0 \ln(2+x) dx$, siendo \ln la función logaritmo neperiano.

4. Considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} (b+1)x + y + z = 2 \\ x + (b+1)y + z = 2 \\ x + y + (b+1)z = -4 \end{cases}$$

a) (1,5 puntos) Clasifica el sistema según los valores del parámetro b .

b) (1 punto) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

5. Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$.

a) (1,25 puntos) Determina el valor de b para que $A^2 - 2A + I = O$.

b) (1,25 puntos) Para $b=0$ halla la matriz X que cumple que $A \cdot X - 2A^t = O$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A .