

1. Determina una matriz A simétrica sabiendo que

$$\det(A) = -7 \quad \text{y} \quad A \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2002. Junio

2. Sin desarrollarlo, calcula el valor del determinante de la matriz

$$\begin{pmatrix} k & x & 1+ax \\ 2k & y & 2+ay \\ 3k & z & 3+az \end{pmatrix}$$

y enuncia las propiedades que hayas usado.

2002. Reserva

3. Sean  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada A de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcula, indicando las propiedades que utilices:

- El determinante de  $A^3$ .
- El determinante de  $A^{-1}$ .
- El determinante de  $2A$ .
- El determinante de una matriz cuadrada cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente,  $3C_1 - C_3$ ,  $2C_3$  y  $C_2$ .

2003. Junio

4. Sabiendo que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$ ; calcula los siguientes determinantes y

enuncia las propiedades que utilices:

a)  $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 15c \\ d & e & 5f \\ g & h & 5i \end{vmatrix}$

b)  $\begin{vmatrix} a+2b & c & b \\ d+2e & f & e \\ g+2h & i & h \end{vmatrix}$

2000. Reserva

5. De las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ ;

$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  determina cuáles tienen inversa y en los casos en que exista,

calcula el determinante de dichas inversas.

2001. Reserva

6. Se sabe que la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ 0 & -1 & 0 \\ b & 0 & b \end{pmatrix}$  verifica que  $\det(A)=1$  y sus

columnas son vectores perpendiculares dos a dos.

a) Calcula los valores de  $a$  y  $b$ .

b) Comprueba que para dichos valores se verifica que  $A^{-1}=A^t$ , donde  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .

2001. Reserva

7. Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula el determinante de las matrices:  $2 \cdot A$ ;  $A^{31}$  y  $(A^{31})^{-1}$

b) Halla la matriz  $A^{-1}$

2001. Reserva

8. Denotamos por  $M^t$  a la matriz traspuesta de una matriz  $M$ .

a) Sabiendo que  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  y que  $\det(A)=4$ ; calcula los siguientes

determinantes:  $\det(-3A^t)$  y  $\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}$

b) Sea  $I$  la matriz identidad de orden 3 y sea  $B$  una matriz cuadrada tal que  $B^3=I$ . Calcula  $\det(B)$ .

c) Sea  $C$  una matriz cuadrada tal que  $C^{-1}=C^t$ . ¿Puede ser  $\det(C)=3$ ?

Razona la respuesta.

2004. Reserva

9. Se sabe que  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$ . Calcula, indicando las propiedades que

utilices, los siguientes determinantes:

a)

$$\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 15a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}-a_{31} & a_{22}-a_{32} & a_{23}-a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

2004. Reserva

10.

a) Se sabe que el determinante de una matriz cuadrada  $A$  de orden 3 vale  $-2$ . ¿Cuánto vale el determinante de la matriz  $4A$ ?

b) Dada la matriz  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ , ¿para qué valores de  $\lambda$  la matriz

$3B + B^2$  no tiene inversa?

2003. Reserva

11. Sabiendo que  $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$ , calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

a)  $|-3A|$  y  $|A^{-1}|$

b)

$$\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$$

2005. Septiembre

12. Considera  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ , siendo  $a$  un número real.

a) Calcula el valor  $a$  para que  $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$ .

b) Calcula, en función de  $a$ , los determinantes de  $2A$  y  $A^t$ , siendo  $A^t$  la traspuesta de  $A$ .

c) ¿Existe algún valor de  $a$  para el que la matriz  $A$  sea simétrica? Razona la respuesta.

2006. Junio

13. Sea  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  y sea  $I$  la matriz identidad de orden dos.

a) Calcula los valores de  $\lambda \in \mathbb{R}$  tales que  $|A - \lambda I| = 0$ .

b) Calcula  $A^2 - 7A + 10I$

2006. Reserva

14. Sea  $A$  la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

a) Calcula los valores de  $\lambda$  para los que el determinante de  $A - 2I$  es cero.

b) Calcula la matriz inversa de  $A-2I$  para  $\lambda=-2$  .

2007. Reserva

15. Sean  $F_1$  ,  $F_2$  y  $F_3$  las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz  $B$  de orden 3, cuyo determinante vale -2.

Calcula, indicando las propiedades que utilices:

a) El determinante de  $B^{-1}$

b) El determinante de  $(B^t)^4$  . ( $B^t$  es la matriz traspuesta de  $B$ )

c) El determiante de  $2B$ .

d) El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente,  $5F_1-F_3$  ,  $3F_3$  y  $F_2$  .

2009. Junio

16. Sean  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $X$  matrices cualesquiera que verifican  $A \cdot X \cdot B = C$  .

a) Si las matrices son cuadradas de orden 3, y se sabe que el determinante de  $A$  es 3, el de  $B$  es -1 y el de  $C$  es 6, calcula el determinante de las matrices  $X$  y  $2X$ .

b) Si  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  , calcula la matriz  $X$ .

2009. Reserva

17.