1. Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{l} mx-y=1 \\ x-my=2m-1 \end{array}\right\}$

   a) Clasifica el sistema según los valores de **m**.

   b) Calcula los valores de **m** para oos que el sistema tiene una solución en la que x=3.

2. Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   a) Calcula $A\cdot B$, $A\cdot C$, $A^t\cdot B^t$ y $C^t\cdot A^t$, siendo A^t, B^t y C^t las matrices traspuestas de A, B y C, respectivamente.

   b) Razona cuáles de las matrices A, B, C y A·B tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcc} x+\lambda y & = & \lambda \\ \lambda x+y+(\lambda-1)z & = & 1 \\ \lambda x+y & = & 2+\lambda \end{array}\right\}$$

   a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .

   b) Resuelve elsistema cuando sea compatible indeterminado.

4. Un tendero dispone de tres tipos de zumo en botellas que llamaremos A, B y C. El mencionado tendero observa que si vende a 1€ las botellas del tipo A, a 3€ las del tipo B y a 4€ las del tipo C, entonces obtiene un total de 20€ . Pero si vende a 1€ las del tipo A, a 3€ las del B y a 6€ las del C, entonces obtiene un total de 25€.

   a) Plantea el sistema de ecuaciones que relaciona el número de botellas de cada tipo que posee el tendero.

   b) Resuelve dicho sistema.

   c) ¿Puede determinarse el número de botellas de cada tipo de que dispone el tendero? (Ten en cuenta que el número de botellas debe ser entero y positivo).

5. Denotamos por M^t a la matriz traspuesta de una matriz M.

a) Sabiendo que $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que $\det(A)=4$, calcula los siguientes

determinantes: $\det(-3A^t)$ y $\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}$

b) Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea B una matriz cuadrada tal que

$B^3=I$. Calcula $\det(B)$.

c) Sea C una matriz cuadrda tal que $C^{-1}=C^t$. ¿Puede ser $\det(C)=3$? Razona la respuesta.

6. Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcl} mx+2y+z & = & 2 \\ x+my & = & m \\ 2x+mz & = & 0 \end{array}\right\}$

a) Determina los valores de m para los que x=0, y=1 y z=0 es solución del sistema.

b) Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.

c) Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

7. Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcl} x+3y+z & = & 0 \\ 2x-13y+2z & = & 0 \\ (a+2)x-12y+12z & = & 0 \end{array}\right\}$

Determina el valor de a para que tenga soluciones distintas de la solución trivial y resuélvelo para dicho valor de a.

8. Se sabe que $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=-2$. Calcula, indicando las propiedades que utilices,

los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 15a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}-a_{31} & a_{22}-a_{32} & a_{23}-a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

9. Se sabe que el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcl} x+\alpha y & = & 1 \\ x+\alpha z & = & 1 \\ y+z & = & \alpha \end{array}\right\}$ tiene una única solución.

a) Prueba que $\alpha\neq 0$.

b) Halla la solución del sistema.

10. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ a & b & c \end{vmatrix} = -6$, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} -3x & -y & -z \\ 3t & u & v \\ 3a & b & c \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} -2y & x & z \\ -2u & t & v \\ -2b & a & c \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ 2x-a & 2y-b & 2z-c \end{vmatrix}$

11. Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones

$\left.\begin{array}{rcr} x+3y+z & = & 1 \\ -x+y+2z & = & -1 \\ ax+by+z & = & 4 \end{array}\right\}$ tiene al menos dos soluciones distintas.

12.

a) Sabiendo que la matriz $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$ tiene rango 2, ¿cuál es el valor de a?

b) Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

13. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) ¿Tiene A inversa? En caso afirmativo, calcúlala.

b) Determina la matriz X que cumple que $A \cdot X + C \cdot B^t = B \cdot B^t$, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

14. Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+y+z=-2 \\ -\lambda x+3y+z=-7 \\ x+2y+(\lambda+2)z=-5 \end{array}\right\}$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .

b) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.