

1. Determina una matriz A simétrica sabiendo que

$$\det(A)=-7 \quad \text{y} \quad A \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Determina la matriz X que verifica la ecuación  $AX=X-B$  siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcula la matriz inversa de A.

b) Calcula  $A^{127}$  y  $A^{128}$ .

c) Determina  $x$  e  $y$  tal que  $AB=BA$ .

4. Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halla los valores de  $a$  para los que la matriz  $3A$  tiene inversa.

b) Calcula, si es posible, la inversa de la matriz  $A^2$  para  $a=0$ .

5. Sin desarrollarlo, calcula el valor del determinante de la matriz

$$\begin{pmatrix} k & x & 1+ax \\ 2k & y & 2+ay \\ 3k & z & 3+az \end{pmatrix}$$

y enuncia las propiedades que hayas usado.

6. Denotamos por  $M^t$  a la matriz traspuesta de una matriz M. Considera

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \quad 4 \quad 3) \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 9 & -6 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Calcula  $(AB)^t$  y  $(BA)^t$ .

b) Determina una matriz X que verifique la relación  $\frac{1}{2}X + (AB)^t = C$ .

7. Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula los valores de  $t$  para los que el determinante de  $A$  es positivo y halla el mayor valor que alcanza dicho determinante.

8. Sean  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada  $A$  de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcula, indicando las propiedades que utilices:

- El determinante de  $A^3$ .
- El determinante de  $A^{-1}$ .
- El determinante de  $2A$ .
- El determinante de una matriz cuadrada cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente,  $3C_1 - C_3$ ,  $2C_3$  y  $C_2$ .

9. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- ¿Para qué valores de  $m$  existe la matriz  $A^{-1}$ .
- Siendo  $m=2$ , calcula  $A^{-1}$  y resuelve el sistema  $A \cdot X = B$ .
- Resuelve el sistema  $A \cdot X = B$  para  $m=1$ .