

1. Se sabe que la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{si } x < 0 \\ x^2+2a \cos(x) & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2+b & \text{si } x \geq \pi \end{cases} \text{ es continua.}$$

- a) Determina a y b.  
b) Estudia la derivabilidad de f.

2. Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$ .

3. Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{m}{2x} \right)$  es finito, calcula m y el valor del límite.

4. Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi x) \cdot (1 + a \cos(\pi x))}{\sin(x^2)}$  es finito, calcula a y el valor del límite.

5. Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea derivable en todos los puntos:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2+ax & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{a}{x} & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ \frac{x^2+ax+1}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

6. Dada la función  $h(x) = e^{\sin[f(x)]}$ , calcula el valor de su derivada en  $x=0$ , sabiendo que  $f(0)=0$  y  $f'(0)=1$ .

7. Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2+bx+1-\cos(x)}{\sin(x^2)}$  es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b.

8. Determina a y b sabiendo que  $b > 0$  y que la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida como

$$f(x) = \begin{cases} a \cos(x) + 2x & \text{si } x < 0 \\ a^2 \ln(x+1) + \frac{b}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \text{ es derivable.}$$

9. Halla a y b sabiendo que es continua la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + \cos(x) - a e^x}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ b & \text{si } x = 0 \end{cases}$$