1. Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\begin{cases} 3x+2 & \text{si} \quad x<0 \\ x^2+2a\cos(x) & \text{si} \quad 0\le x<\pi \\ a x^2+b & \text{si} \quad x\ge\pi \end{cases}$$ es continua.

   a) Determina a y b.
   b) Estudia la derivabilidad de f.

2. Calcula $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\right)$.

3. Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{m}{2x}\right)$ es finito, calcula m y el valor del límite.

4. Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\pi x)\cdot(1+a\cos(\pi x))}{\operatorname{sen}(x^2)}$ es finito, calcula a y el valor del límite.

5. Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea derivable en todos los puntos:

$$f(x)=\begin{cases} bx^2+ax & \text{si} \quad x\le -1 \\ \dfrac{a}{x} & \text{si} \quad -1<x\le 1 \\ \dfrac{x^2+ax+1}{x+1} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

6. Dada la función $h(x)=e^{\operatorname{sen}[f(x)]}$, calcula el valor de su derivada en x=0, sabiendo que $f(0)=0$ y $f'(0)=1$.

7. Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{ax^2+bx+1-\cos(x)}{\operatorname{sen}(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b.

8. Determina a y b sabiendo que b>0 y que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x)=\begin{cases} a\cos(x)+2x & \text{si} \quad x<0 \\ a^2\ln(x+1)+\dfrac{b}{x+1} & \text{si} \quad x\ge 0 \end{cases}$$ es derivable.

9. Halla a y b sabiendo que es continua la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+\cos(x)-a e^x}{x^2} & \text{si} \quad x\ne 0 \\ b & \text{si} \quad x=0 \end{cases}$$