1. En un determinado curso, el 60% de los estudiantes aprueban Economía y el 45% aprueban Matemáticas. Se sabe, además, que la probabilidad de aprobar Economía habiendo aprobado Matemáticas es de 0,75.

$P(E)=0.6$
$P(M)=0.45$
$P(E|M)=0.75$

a) Calcule el porcentaje de estudiantes que aprueban las dos asignaturas.

Utilizando la definición de la probabilidad condicionada:
$P(E\cap M)=P(E|M)\cdot P(M)=0.75\cdot 0.45=0.3375$

b) Entre los que aprueban Economía, ¿qué porcentaje aprueba Matemáticas?

Utilizando la definición de la probabilidad condicionada:
$$P(M|E)=\frac{P(M\cap E)}{P(E)}=\frac{0.3375}{0.6}=0.5625$$

Utilizando el Teorema de Bayes:
$$P(M|E)=\frac{P(E|M)\cdot P(M)}{P(E)}=\frac{0.75\cdot 0.45}{0.6}=0.5625$$

2. En un espacio muestral se sabe que para dos sucesos A y B se verifica $\mathbf{P(A\cap B)=0.1}$, $\mathbf{P(A^C\cap B^C)=0.6}$, $\mathbf{P(A|B)=0.5}$

a) Calcule P(B)

Usando la definición de probabilidad condicionada:
$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \quad P(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A|B)}=\frac{0.1}{0.5}=0.2$$

b) Calcule $\mathbf{P(A\cup B)}$

$$(A\cup B)^C=A^C\cap B^C\Rightarrow P(A\cup B)=1-P((A\cup B)^C)=1-P(A^C\cap B^C)=1-0.6=0.4$$

c) ¿Son A y B independientes?

Dos sucesos son independientes si $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
Para calcular P(A) usaremos la propiedad:
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$\Rightarrow \quad P(A)=P(A\cup B)-P(B)+P(A\cap B)=0.4-0.2+0.1=0.3$

$$\left.\begin{array}{l}P(A)\cdot P(B)=0.3\cdot 0.2=0.06\\ P(A\cap B)=0.1\end{array}\right\}\neq \quad \Rightarrow \quad \text{los sucesos A y B no son independientes}$$