1. Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2+4 & si \quad x\le 1 \\ ax+b & si \quad x>1 \end{cases}$ **. Calcule *a* y *b*, sabiendo que f(2)=7 y que la función es continua en x=1.**

f(2)=2a+b=7 **(*)**

Como la función es continua debe verificarse $\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x\to 1^-} (x^2+4)=\lim_{x\to 1^+} (ax+b)$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} (x^2+4)=5 \\ \lim_{x\to 1^+} (ax+b)=a+b \end{array}\right\} \Rightarrow a+b=5 \quad \textbf{(**)}$$

Deben verificarse las siguientes relaciones: $\begin{array}{l} 2a+b=7 \\ a+b=5 \end{array}$

resolvemos el sistema y obtenemos **a=2 y b=3**

2. Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases} e^x & si \quad x\le 0 \\ x^2+x+1 & si \quad x>0 \end{cases}$ **. ¿Es *f* continua en x=0? ¿Es continua en su dominio?**

La función es continua en x=0 si se verifica $f(0)=\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)$

$f(0)=e^0=1$

$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} e^x=1$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^-} (x^2+x+1)=1$

Por lo tanto la función es continua en x=0.

Para x<=0 la función es exponencial, por lo tanto es continua.

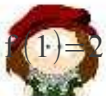
Para x>0 la función es polinómica, por lo tanto es continua.

Como la función es continua en cada parte y en el punto x=0 ⇒ la función es continua en todo su dominio.

3. Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ **, definida por** $f(x)=\begin{cases} 2^x & si \quad x\le 1 \\ x^2+mx+5 & si \quad x>1 \end{cases}$ **. Calcule *m* para que la función sea continua en x=1.**

La función será continua en x=1 si $f(1)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)$

$f(1)=2^1=2$



profecelia.com

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} 2^x=2$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+} (x^2+mx+5)=6+m$$

$\Rightarrow$ 2=6+m $\Rightarrow$ m=-4

4. Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-3}{x+1} & \text{si } x\le 0\\ x^2+2x-3 & \text{si } x>0\end{cases}$ **.**

a) Estudie su continuidad en x=0.

Estudiamos si se verifica $f(0)=\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)$

$$f(0)=\frac{-3}{1}=-3$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} \frac{2x-3}{x+1}=-3$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} (x^2+2x-3)=-3$$

Como vemos, la función es continua en x=0.

b) Determine si existen asíntotas y obtenga sus ecuaciones.

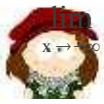
Asíntotas verticales: pueden existir en aquellos puntos en los que se anula el denominador de las funciones racionales.

$x+1=0\Rightarrow x=-1<0$ (se encuentra en la parte en la que la función está definida como función racional)

Estudiamos los límites laterales en x=-1:

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to -1^-} \dfrac{2x-3}{x+1}=\dfrac{-5}{0^-}=+\infty\\ \lim_{x\to -1^+} \dfrac{2x-3}{x+1}=\dfrac{-5}{0^+}=-\infty\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Existe una asíntota vertical en $x=-1$.

Asíntotas horizontales: Encontramos asíntotas horizontales cuando los límites en el infinito son números finitos.



$\lim_{x\to -\infty} \dfrac{2x-3}{x+1}=2\Rightarrow$ Hay asíntota horizontal en y=2.

profecelia.com

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+2x-3\right)=+\infty$$

Asíntota oblicua: Las asíntotas oblicuas (si existen) tiene la forma y=mx+n. En este caso sólo tiene sentido estudiarla cuando $x\to+\infty$, ya que por el otro lado tenemos asíntota horizontal.

$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2x-3}{x}=+\infty\Rightarrow$ No hay asíntota oblicua.

profecelia.com