

1. En una población para la cual es $\sigma=29$, contrasta la hipótesis de que $\mu=347$, con un nivel de significación del 1%, mediante una muestra de 200 individuos en la que se obtiene $\bar{X}=352$.

$$H_0: \mu=347; H_1: \mu \neq 347 \Rightarrow \text{Región aceptación: } (-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$$

$$\alpha=0.01 \Rightarrow 1-\alpha=0.99 \Rightarrow z_{\alpha/2}=2.575$$

$$\sigma=29$$

$$n=200$$

$$\bar{X}=352$$

La región de aceptación es: $(-2.575, 2.575)$

$$\text{Estadística de contraste: } \mu \rightarrow z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{352 - 347}{\frac{29}{\sqrt{200}}} = 2.44$$

$$2.44 \in (-2.575, 2.575) \Rightarrow \text{Aceptamos } H_0 .$$

Otra forma de hacerlo:

$$\text{Región de aceptación: } \left(\mu - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (341.72, 352.28)$$

$$\bar{X}=352 \in (341.72, 352.28) \Rightarrow \text{Aceptamos } H_0 .$$

Repite el contraste para $\alpha=10\%$.

$$\alpha=0.10 \Rightarrow 1-\alpha=0.90 \Rightarrow z_{\alpha/2}=1.645$$

La región de aceptación es $(-1.645, 1.645)$

$$\text{Estadístico de contraste: } \mu \rightarrow z = 2.44 \notin (-1.645, 1.645) \Rightarrow \text{Rechazamos } H_0 .$$

Otra forma de hacerlo:

$$\text{Región de aceptación: } (343.63, 350.37)$$

$$\mu=352 \notin (343.63, 350.37) \Rightarrow \text{Rechazamos } H_0 .$$



2. El 42% de los escolares de un cierto país suelen perder al menos un día de clase a causa de gripes y catarros. Sin embargo, un estudio sobre 1000 escolares revela que en el último curso hubo 450 en tales circunstancias. Las autoridades sanitarias defienden que el porcentaje de 42% para toda la población se ha mantenido.

a) Contrasta, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis defendida por las autoridades sanitarias, frente a que el porcentaje ha aumentado como parecen indicar los datos, explicando claramente a qué conclusión se llega.

$$p < 0.42 \Rightarrow H_0: p < 0.42; H_1: p > 0.42 \Rightarrow \text{Región de aceptación } (-\infty, z_\alpha)$$

$$\hat{p} = \frac{450}{1000} = 0.45$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow z_\alpha = 1.645$$

La región de aceptación es $(-\infty, 1.645)$

$$\text{Estadístico de contraste: } p \rightarrow z = \frac{0.45 - 0.42}{\sqrt{\frac{0.42 \cdot 0.58}{1000}}} = 1.922$$

$$1.922 \notin (-\infty, 1.645) \Rightarrow \text{no aceptamos } H_0$$

Otra forma de hacerlo:

$$\text{Región de aceptación: } (-\infty, p_0 + z_\alpha \sqrt{p_0 \cdot \frac{q_0}{n}}) = (-\infty, 0.446)$$

$$0.45 \notin (-\infty, 0.446) \Rightarrow \text{rechazamos } H_0$$

b) ¿Cómo se llama la probabilidad de concluir erróneamente que el tanto por ciento se ha mantenido?

La probabilidad de aceptar H_0 siendo en realidad falsa es la probabilidad de cometer un error del tipo II.



3. En una población para la cual es $\sigma=29$, contrasta la hipótesis de que $\mu<347$, con un nivel de significación del 1%, mediante una muestra de 200 individuos en la que se obtiene $\bar{X}=352$.

$$H_0: \mu < 347; \quad H_1: \mu \geq 347 \rightarrow \text{Región de aceptación } (-\infty, z_\alpha)$$

$$\sigma = 29$$

$$n = 200$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow z_\alpha = 2.33$$

$$\bar{X} = 352$$

La región de aceptación es $(-\infty, 2.33)$

$$\text{Estadístico de contraste: } \mu \rightarrow z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 2.44$$

$$2.44 \notin (-\infty, 2.33) \Rightarrow \text{Rechazamos } H_0$$

Otra forma de hacerlo:

$$\text{Región de aceptación: } (-\infty, \mu + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (-\infty, 351.78)$$

$$\bar{X} = 352 \notin (-\infty, 351.78) \Rightarrow \text{Rechazamos } H_0$$



4. Un fabricante de lámparas eléctricas está ensayando un nuevo método de producción que se considerará aceptable si las lámparas obtenidas por este método dan lugar a una población normal de duración media 2400 horas, con una desviación típica igual a 300.

Se toma una muestra de 100 lámparas producidas por este método y esta muestra da una duración media de 2320 horas. ¿Se puede aceptar la hipótesis de validez del nuevo proceso de fabricación con un riesgo igual o menor al 5%?

$$H_0: \mu = 2400; \quad H_1: \mu \neq 2400 \rightarrow \text{Región de aceptación: } (-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$$

$$\sigma = 300$$

$$n = 100$$

$$\bar{X} = 2320$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

La región de aceptación es: $(-1.96, 1.96)$

Estadístico de contraste: $\mu \rightarrow z = -2.67 \notin (-1.96, 1.96)$

$\Rightarrow$ Rechazamos H_0



5. Se sabe que la renta anual de los individuos de una localidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 2400 €. se ha observado la renta anual de 16 individuos de esa localidad escogidos al azar, y se ha obtenido un valor medio de 16000 €. Contrasta, a un nivel de significación del 5%, si la media de la distribución es 14500 €. Para ello, responde:

$$\sigma = 2400$$

$$n = 16$$

$$\bar{X} = 16000$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\mu_0 = 14500$$

a) ¿Cuáles son la hipótesis nula y la alternativa del contraste?

$$H_0: \mu = 14500 \text{ €}$$

$$H_1: \mu \neq 14500 \text{ €}$$

b) Determina la forma de la región crítica.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Región de aceptación: } (-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}) \\ 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \end{array} \right\} \Rightarrow (-1.96, 1.96)$$

La región crítica es todo lo que queda fuera de este intervalo.

c) ¿Se acepta la hipótesis nula, con el nivel de confianza indicado?

$$\text{Estadístico de contraste: } \mu \rightarrow z = 2.5 \notin (-1.96, 1.96)$$

$$\Rightarrow \text{Rechazamos } H_0$$



6. Un dentista afirma que el 40% de los niños de 10 años presentan indicios de caries dental. Tomada una muestra de 100 niños, se observó que 30 presentaban indicios de caries.

Utilizando la aproximación normal, comprueba, a un nivel de significación del 5%, si el resultado proporciona evidencia que permita rechazar la afirmación del dentista.

$$p=0.40$$

$$n=100$$

$$\hat{p}=\frac{30}{100}=0.30$$

$$\alpha=0.05 \Rightarrow 1-\alpha=0.95$$

$$H_0: p=0.40; \quad H_1: p \neq 0.40$$

Región de aceptación: $(-1.96, 1.96)$

Estadístico de contraste: $p \rightarrow z = -2.04 \notin (-1.96, 1.96)$

$\Rightarrow$ Rechazamos H_0



7. Se afirma que, en una determinada ciudad, el menos el 30% de las familias poseen ordenador. Se toma una muestra aleatoria de 200 familias de la ciudad y resulta que 50 poseen ordenador.

A un nivel de significación de 0.05, ¿hay suficiente evidencia para refutar la afirmación?

$$p > 0.30$$

$$n = 200$$

$$\hat{p} = \frac{50}{200} = 0.25$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95$$

$$H_0: p > 0.30; \quad H_1: p \leq 0.30$$

$$\text{Región de aceptación: } (-z_{\alpha}, +\infty) = (-1.645, +\infty)$$

$$\text{Estadístico de contraste: } p \rightarrow z = -1.54 \in (-1.645, +\infty)$$

$$\Rightarrow \text{Aceptamos } H_0$$

