IES Delgado Brackenbury **Fecha:**

Nombre y Apellidos: **Grupo:**

Examen: Derivadas

NOTA: En este examen, al igual que todos los restantes del curso, hay que explicar los procedimientos usados en cada ejercicio. Un ejercicio con sólo el resultado final o un mal uso de la calculadora será puntuado con un 0. Todos los ejercicios deben ser simplificados al máximo.

Cualquier intervención inoportuna que impida algún derecho de otro alumno puede ser sancionada con 0,2 puntos en el examen.

1. Obtén la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{x^2+3}$ $\quad f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

b) $f(x)=\dfrac{x^3}{\ln x}$ $\quad f'(x)=\dfrac{3x^2\cdot\ln x-x^2}{(\ln x)^2}$

c) $f(x)=\log_3(5x^2+3^x)$ $\quad f'(x)=\dfrac{10x+3^x\ln 3}{5x^2+3^x}\ln 3$

d) $f(x)=e^{x^3-5x^2}$ $\quad f'(x)=e^{x^3-5x^2}(3x^2-10x)$

2. Halla los extremos y la monotonía de las siguientes función:

a) $f(x)=x^3-3x+5$

$f'(x)=3x^2-3;\ f'(x)=0$

$3x^2-3=0 \Rightarrow x=\pm1$

Posibles extremos: (-1, 7) y (1, 3)

Monotonía:

$x<-1$	$-1<x<1$	$x>1$
f'(x)>0 creciente	f'(x)<0 decreciente	f'(x)>0 creciente

En (-1, 7) hay un **máximo** y en (1, 3) hay un **mínimo**.

b) $f(x)=x^3+3x^3$

$f(x)=4x^3; f'(x)=12x^2;\ f'(x)=0$

$12x^2=0 \Rightarrow x=0$

Posible extremo: (0, 0)

Monotonía:

$x<0$	$x>0$
f'(x)>0 creciente	f'(x)>0 creciente

La función es creciente en todo su dominio, **no hay extremos**.

3. Estudia y representa la siguiente función: $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{-2,2\}$ (la función es racional)

Asíntotas:

Horizontal: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{(x^2-4)}=0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{(x^2-4)}=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ Tiene asíntota horizontal en y=0

Vertical: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to-2^-} \dfrac{x}{(x^2-4)}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to-2^+} \dfrac{x}{(x^2-4)}=+\infty \end{array}\right\} \Rightarrow$ Tiene asíntota vertical en x=-2

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{x}{(x^2-4)}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{x}{(x^2-4)}=+\infty \end{array}\right\} \Rightarrow$ Tiene asíntota vertical en x=2

Puntos de corte:

Eje OX: y=0

$\dfrac{x}{(x^2-4)}=0 \to x=0$ $\qquad (0,0)$

Eje OY: x=0

y=0 $\qquad (0,0)$

Signo:

$x<-2$	$-2<x<0$	$0<x<2$	$x>2$
f(x)<0	f(x)>0	f(x)<0	f(x)>0

Extremos: $f'(x)=0$

$f'(x)=-\dfrac{4+x^2}{(x^2-4)^2}$ $\qquad -\dfrac{4+x^2}{(x^2-4)^2}=0 \to$ No tiene solución.

La función no tiene extremos.

Monotonía:

$x<-2$	$-2<x<0$	$0<x<2$	$x>2$
f'(x)<0	f'(x)<0	f'(x)<0	f'(x)<0

La función es decreciente en todo su dominio.

Puntos de inflexión: $f''(x)=0$

$$f''(x)=-\frac{2x(x^2-4)-(4+x^2)4x}{(x^2-4)^3}=\frac{2x^3+24x}{(x^2-4)^3}$$

$$f''(x)=0 \Rightarrow x=0$$

Punto de inflexión: $(0,0)$

Curvatura:

$x<-2$	$-2<x<0$	$0<x<2$	$x>2$
f''(x)<0 cóncava	f''(x)>0 convexa	f''(x)<0 cóncava	f''(x)>0 convexa