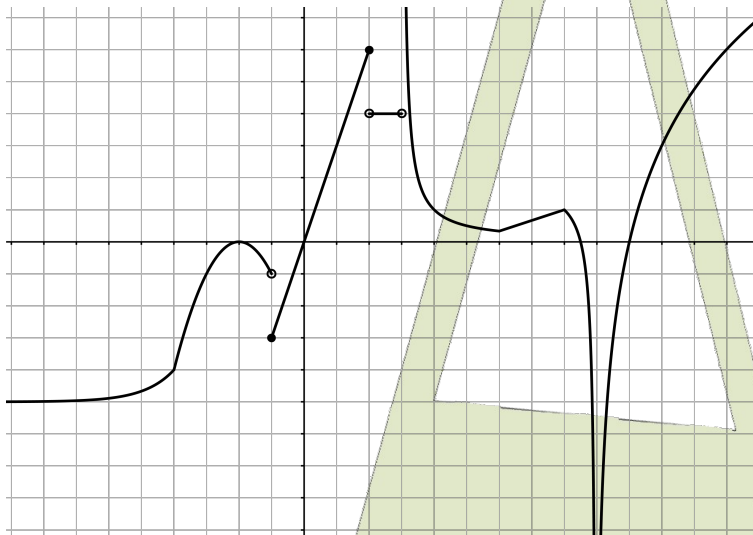


Examen: Sistemas de ecuaciones e inecuaciones

NOTA: En este examen, al igual que todos los restantes del curso, hay que explicar los procedimientos usados en cada ejercicio. Un ejercicio con sólo el resultado final o un mal uso de la calculadora será puntuado con un 0. Todos los ejercicios deben ser simplificados al máximo.

Cualquier intervención inoportuna que impida algún derecho de otro alumno puede ser sancionada con 0,2 puntos en el examen.

1. Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica. Indica, cuando sea necesario, los límites laterales.



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -5$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \rightarrow$ hay que estudiar los límites laterales

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -1$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -3$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \rightarrow$ hay que estudiar los límites laterales

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 6$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$

f) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -4$

g) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \rightarrow$ hay que estudiar los límites laterales

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$

h) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = \frac{1}{3}$

i) $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) \rightarrow$ hay que estudiar los límites laterales

$\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = -\infty$

j) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = \frac{14}{3}$

2. Calcula los siguientes límites:

a)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x^3 - 3}{4x^2 + 5x^3} \right)^{3x} = 1^\infty \rightarrow \text{indet.}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x^3 - 3}{4x^2 + 5x^3} \right)^{3x} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x \left(\frac{5x^3 - 3}{4x^2 + 5x^3} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-12x^3 - 9x}{4x^2 + 5x^3} \right)} = e^{\frac{-12}{5}}$

b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^4 - x^2}) = \infty - \infty \rightarrow \text{indet.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^4 - x^2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^4 - x^2})(\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^4 - x^2})}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^4 - x^2}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^4 + 2x^2 + 4x}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^4 - x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^4}{x^2} = -\infty \end{aligned}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{10x^4 + x^3 - 7x}{2x^2 + 3} + 5x \right) = \infty - \infty \rightarrow \text{indet.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{10x^4 + x^3 - 7x}{2x^2 + 3} + 5x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{10x^4 + 11x^3 + 8x}{2x^2 + 3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x^4}{2x^2} = +\infty$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 6x}) = \text{infinty} - \infty \rightarrow \text{indet.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 6x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 + 6x})(x + \sqrt{x^2 + 6x})}{(x + \sqrt{x^2 + 6x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{(x + \sqrt{x^2 + 6x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{2x} = -3$$

e)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+1}{x^2+2x} = \frac{1}{0} \rightarrow \text{indet.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x+1}{x^2+2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x^2+2x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$