Tema 3: Inecuaciones y sistemas de inecuaciones.

- Inecuaciones polinómicas
- Inecuaciones racionales
- Sistemas de inecuaciones

Inecuaciones polinómicas

Una inecuación polinómica es una expresión algebraica de la forma P(x)<0, siendo P(x) un polinomio. Podemos encontrarnos con diferentes desigualdades: $<, \leq, >, \geq$. La solución de una inecuación no es en general un valor, sino uno o varios intervalos que contienen los valores de la variable que verifican la desigualdad.

Para resolver las inecuaciones polinómicas podemos seguir los siguientes pasos:

1º: resolvemos la ecuación resultante de sustituir el signo de desigualdad por un igual.

2º: representamos las soluciones sobre la recta real.

3º: tomamos valores de los diferentes intervalos obtenidos en el paso 2º y comprobamos el signo que tiene la expresión.

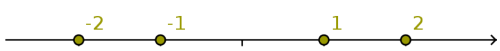
4º: damos la solución en forma de intervalo.

Por ejemplo:

Resuelve la siguiente inecuación: $x^4-5x^2+4>0$

1º: resolvemos la ecuación: $x^4-5x^2+4=0 \rightarrow x_1=2\,;\, x_2=-2\,;\, x_3=1\,;\, x_4=-1$

2º: representamos las soluciones sobre la recta real:



3º: tomamos diferentes valores:

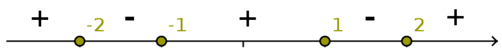
$-3\in(-\infty,-2) \rightarrow (-3)^4-5\cdot(-3)^2+4>0$

$$-1.5\in(-2,-1) \rightarrow (-1.5)^4-5\cdot(-1.5)^2+4<0$$

$$0\in(-1,1) \rightarrow 0^4-5\cdot 0^2+4>0$$

$$1.5\in(1,2) \rightarrow (1.5)^4-5\cdot(1.5)^2+4<0$$

$$3\in(2,+\infty) \rightarrow 3^4-5\cdot 3^2+4>0$$



4º: solución: $x\in(-\infty,.2)\cup(-1,1)\cup(2,+\infty)$

Inecuaciones racionales

Una inecuación racional es una expresión de la forma: {P(x)} over{Q(x)}, siendo P(x) y Q(x) polinomios. Al igual que en las inecuaciones polinómicas, podemos encontrarnos con diferentes desigualdades: $<,\leq,>,\geq$ y la solución se expresará mediante un intervalo.

Para resolver seguimos el siguiente procedimiento:

1º: hallamos las raíces del numerados y del denominador (resolvemos por separado tanto el numerados como el denominador)

2º: representamos las soluciones sobre la recta real.

3º: tomamos valores de los diferentes intervalos obtenidos en el paso 2º y comprobamos el signo que tiene la expresión inicial.

4º: damos la solución en forma de intervalo.

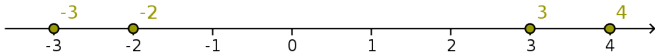
Por ejemplo:

Resuelve: $\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-8}<0$

1º: resolvemos las ecuaciones: $x^2-9=0 \rightarrow x_1=3\,;\, x_2=-3$

$x^2-2x-8=0 \rightarrow x_3=-2\,;\, x_4=4$

2º: representamos las soluciones sobre la recta real:



3º: tomamos diferentes valores:

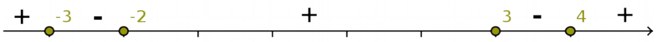
$$-4\in(-\infty,-3)\rightarrow\frac{(-4)^2-9}{(-4)^2-2\cdot(-4)-8}>0$$

$$0\in(-2,3)\rightarrow\frac{0^2-9}{0^2-2\cdot 0-8}>0$$

$$-2.5\in(-3,-2)\rightarrow\frac{(-2.5)^2-9}{(-2.5)^2-2\cdot(-2.5)-8}<0$$

$$3.5\in(3,4)\rightarrow\frac{3.5^2-9}{3.5^2-2\cdot 3.5-8}<0$$

$$5\in(4,\infty)\rightarrow\frac{5^2-9}{5^2-2\cdot 5-8}>0$$



4º: solución: $x\in(-3,-2)\cup(3,4)$

Sistemas de inecuaciones

Un **sistema de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas** es un conjunto de inecuaciones de primer grado de la forma:

$$\left.\begin{array}{l} ax+by\geq c \\ dx+ex\geq f \end{array}\right\}$$

La solución de un sistema de inecuaciones está formado por las soluciones que verifican a la vez todas las inecuaciones. Al conjunto solución se le llama **región factible**.

Para resolver el sistema de inecuaciones representamos en los mismos ejes las rectas correspondientes a las igualdades, la solución es la parte del plano que verifica las dos condiciones a la vez.