

1. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$

- a) Halla los valores de λ para los que la matriz A no tiene inversa.
b) Tomando $\lambda = 1$, resuelve el sistema escrito en forma matricial

$$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2000. Junio

2. Considera el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases}$$

- a) Halla todos los valores del parámetro λ para los que el sistema correspondiente tiene infinitas soluciones.
b) Resuelve el sistema para los valores de λ en el apartado anterior.
c) Discute el sistema para los restantes valores de λ .

2000. Reserva

3. Considera el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = 1 \\ 4x + y - 2z = 3 \\ 2x - 3y + az = b \end{cases}$$

- a) Determina a y b sabiendo que el sistema tiene infinitas soluciones.
b) Resuelve el sistema resultante.

2000. Reserva

4. Discute y resuelve el siguiente sistema según los valores de λ :

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 0 \\ \lambda x + y + z = 0 \\ x + y + \lambda z = 0 \end{cases}$$

2000. Reserva

5. Considera el sistema escrito en forma matricial:
$$\begin{pmatrix} b & 1 & b \\ 0 & b & 1 \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- a) Discute el sistema según los valores del parámetro b .
b) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

2000. Reserva

6. Un mayorista de café dispone de tres tipos base, Moka, Brasil y Colombia, para preparar tres tipos de mezcla, A, B y C, que envasa en sacos de 60 Kg. Con los siguientes contenidos en Kilos y precio del Kilo en euros:

	Mezcla A	Mezcla B	Mezcla C
Moka	15	30	12
Brasil	30	10	18
Colombia	15	20	30
Precio (cada kg)	4	4,5	4,7

Suponiendo que el preparado de las mezclas no supone coste alguno, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos base de café?

2000. Reserva

7. Considera el sistema
$$\begin{cases} x + \lambda y + (\lambda - 1)z = 1 \\ y + z = 1 \\ 2x + y - z = -3 \end{cases}$$

- Halla todos los posibles valores del parámetro λ para los que el sistema correspondiente tiene al menos dos soluciones distintas.
- Resuelve el sistema para los valores de λ obtenidos en el apartado anterior.
- Discute el sistema para los restantes valores de λ .

2000. Septiembre

8. Considera: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & a & 2 \\ a & -1 & a-2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- Determina el rango de A en función del parámetro a .
- Discute en función de a el sistema, dado en forma matricial $A \cdot X = B$
- Resuelve $A \cdot X = B$ en los casos en que sea compatible indeterminado.

2001. Reserva

9. Considera el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x - my + z = 4 \\ x + y + mz = m \end{cases}$$

- Discútelo según los valores de m .
- ¿Cuál es, según los valores de m , la posición relativa de los planos cuyas ecuaciones respectivas son las tres que forman el sistema.

2001. Reserva

10. Resuelve el sistema de ecuaciones, dado en forma matricial, $A \cdot X = -A \cdot X + B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

2001. Reserva

11.

- a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro m :
$$\begin{cases} 2x + my & = 0 \\ x + mz & = m \\ x + y + 3z & = 1 \end{cases}$$
- b) Resuelve el sistema para $m=6$.

2001. Reserva

12. Analizamos en un comercio los precios de tres artículos A, B y C. El producto A, es de primera necesidad y tiene un tipo superreducido de IVA del 4 %; el producto B es de alimentación y tiene un tipo reducido de IVA del 10% y el artículo C es un pequeño electrodoméstico cuyo tipo de IVA es del 21 %. El precio total sin IVA de la compra de 1 artículo A de primera necesidad, 2 productos B de alimentación y 5 pequeños electrodomésticos C es de 483 €. Mientras que el total de IVA correspondiente a la compra de 100 artículos de primera necesidad A, 10 productos de alimentación B y 100 pequeños electrodomésticos C, es de 1954 €. Además, se sabe que el precio sin IVA del pequeño electrodoméstico es igual al precio sin IVA de cuatro artículos de primera necesidad más ocho artículos de alimentación. Calcula los precios a la venta de los tres artículos, teniendo en cuenta que el precio a la venta es el precio con IVA incluido.

2024. Ordinaria. Aragón

13. Tres hermanos quieren repartirse de forma equitativa un total de 540 acciones valoradas en 1560 euros, que corresponden a tres empresas A, B y C. Sabiendo que el valor actual en bolsa de la acción A es el triple que el de B y la mitad que el de C, que el número de acciones de C es la mitad que el de B y que el actual valor en bolsa de la acción B es 1 euro, encuentre el número de cada tipo de acción que le corresponde a cada hermano.

2021. Ordinaria. Madrid

14. En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C, se encuentran en competencia.

Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones:

- El precio de la empresa A es 0'6 € menos que la media de los precios establecidos por B y C.
- El precio dado por B es la media de los precios de A y C.
- El precio de la empresa C es igual a 2 € mas $\frac{2}{5}$ del precio dado por A mas $\frac{1}{3}$ del precio dado por B.

2002. Reserva

15. Sean:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad c = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Determina α , si es posible, para que los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial): $A \cdot X = b$, $B \cdot X = c$

Tenga infinitas soluciones (cada uno de ellos).

2002. Reserva

16. Considera el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x - my + z = 1 \\ x + y + z = m + 2 \\ x + y + mz = 4 \end{cases}$$

- a) Clasifícalo según los valores del parámetro m.
- b) Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

2002. Reserva

17. Un conocido defraudador fiscal tiene distribuido su dinero negro en tres paraísos fiscales, las Islas Caimán, Panamá y Fiji. La suma total de este dinero es de 150 millones de euros. Si perdiera la cuarta parte del dinero que tiene en las Islas Caimán, seguiría teniendo allí el triple del dinero que tiene en Panamá. Además, el dinero que tiene en Panamá sumado a las dos quintas partes del dinero que tiene en Fiji es exactamente la mitad del dinero que tiene en las Islas Caimán. Calcule cuánto dinero tiene en cada uno de los paraísos fiscales.

2022. Murcia

18. En los años 2022 y 2023, Carlitos Alcaraz ganó un total de 10 torneos de categorías Grand Slam, Masters 1000 y ATP 500, lo que le proporcionó un total de 10.000 puntos. El número de torneos ganados de categoría ATP 500 fue 1 más que la mitad de la suma del número de torneos ganados de las otras dos categorías.

En la siguiente tabla se detallan los puntos conseguidos por cada torneo ganado en cada una de las categorías:

Grand Slam = 2.000 puntos	Masters 1000 = 1.000 puntos	ATP 500 = 500 puntos
---------------------------	-----------------------------	----------------------

Con esta información, calcule el número de torneos de cada una de las tres categorías ganados por Carlitos en los años 2022 y 2023.

2024. Murcia

19. Taylor Swift tiene un total de 435 millones de seguidores en las tres siguientes redes sociales: Instagram, X (antiguo Twitter) y YouTube. Si ganara en Instagram tantos seguidores como la mitad de los que tiene en YouTube, el número de sus seguidores en Instagram sería el doble de la suma de los que tiene en X y en YouTube. Además, si Taylor recibiera cada mes 10 dólares por cada millón de seguidores en Instagram, 20 dólares por cada millón de seguidores en X y 30 dólares por cada millón de seguidores en YouTube, tendría unos ingresos mensuales de 6.500 dólares.

Calcule cuántos seguidores tiene Taylor Swift en cada una de estas redes sociales.

2024. Murcia

20. Se quiere calcular un número de tres cifras con los siguientes datos:

- o La suma de sus tres cifras es 9.
- o Si permutamos la cifra de las centenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial menos 99.
- o Si permutamos la cifra de las decenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial más 36.

a) Denotando por x la cifra de las centenas, por y la de las decenas y por z la de las unidades, plantee un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que represente la información dada en i), ii) y iii).

b) Calcule el número en cuestión.

2023. Murcia

21. El club deportivo Collarada está formado por 60 deportistas de las siguientes disciplinas: esquí alpino, esquí nórdico y escalada. Se sabe que hay 16 deportistas menos de esquí alpino que la suma de los de esquí nórdico y escalada. Además, el número de deportistas de esquí alpino más los de escalada es tres veces el número de deportistas de esquí nórdico. Calcula el número de deportistas de cada disciplina.

2019. Aragón

22. Se tienen listones de madera de tres longitudes diferentes: largos, intermedios y cortos. Puestos uno tras otro, tanto con dos listones largos y cuatro intermedios como con tres intermedios y quince cortos se consigue la misma longitud total. Un listón largo supera en 17 cm la medida de uno intermedio más uno corto. Y con nueve listones cortos hemos de añadir 7 cm para igualar la longitud de uno intermedio seguido por uno largo. Se pide calcular la longitud de cada tipo de listón.

2024. Madrid

23. En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B, de 24 toneladas y los de tipo C, de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El 10% de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuánta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?

2023. Madrid

24. Considera la ecuación matricial $XA - 2X = A$, en donde $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & -2 \end{pmatrix}$, siendo

a una constante real.

- Estudia el rango de A en función del parámetro a .
- Indica para que valores se puede calcular la inversa de A .
- Despeja X de la ecuación matricial.
- Calcula X para $a=2$.

2021. Cantabria

25. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -4 & 6 & m-6 \\ 2 & -3 & m+6 \end{pmatrix}$, con $m \in \mathbb{R}$ un parámetro.

- a) Estudia el rango de la matriz A en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$
- b) Resuelve, si es posible, el sistema homogéneo $A \cdot X = 0$ cuando $m=6$.

2024. Aragón

26. Estudia el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ a & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ en función de los valores de

$a \in \mathbb{R}$.

2024. Castilla la Mancha

27.