UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2010-2011

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

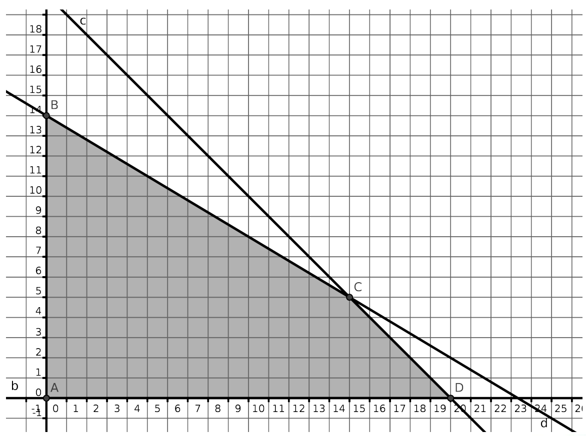
$$x+y\le 20,\quad 3x+5y\le 70,\quad x\ge 0,\quad y\ge 0.$$

a) Razone si el punto de coordenadas (4.1, 11.7) pertenece al recinto.
b) Represente dicho recinto y calcule sus vértices.
c) ¿Dónde alcanzará la función F(x,y)=0.6x+y sus valores extremos y cuéles serán estos?

a) Sustituímos el punto en cada una de las inecuaciones: $4.1+11.7=15.8<20$
$3\cdot 4.1+5\cdot 11.7=70.8>70$

no se verifican todas las inecuaciones, por lo tanto el punto dado no pertenece al recinto.

b)



$A(0,0)$

$B:\left.\begin{array}{l} x=0 \\ 3x+5y=70 \end{array}\right\}\Rightarrow B(0,14)$

$C:\left.\begin{array}{l} 3x+5y=70 \\ x+y=20 \end{array}\right\}\Rightarrow C(15,5)$

$D:\left.\begin{array}{l} x+y=20 \\ y=0 \end{array}\right\}\Rightarrow D(20,0)$

c) Calculamos el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices:

$F(0,0)=0$
$F(0,14)=14$
$F(15,5)=14$
$F(20,0)=12$

La función alcanza el valor mínomo en el punto (0,0) y el valor máximo en la línea 3x+5y=70, entre los valores x=0 y x=15.

EJERCICIO 2

Las funciones $I(t)=-2t^2+51t$ **y** $G(t)=t^2-3t+96$ **con** $0\le t\le 18$ **representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una empresa, en miles de euros, en función de los años, t, transcurridos desde su inicio y en los últimos 18 años.**
a) ¿Para qué valores de t, desde su entrada en funcionamiento, los ingresos coincidieron con los gastos?
b) Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de t y represéntela gráficamente.
c) ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, los beneficios fueron máximos? Calcule el valor de ese beneficio.

a) $I(t)=G(t)\Rightarrow -2t^2+51t=t^2-3t+96;\quad 3t^2-54t+96=0\Rightarrow t^2-18t+32=0$

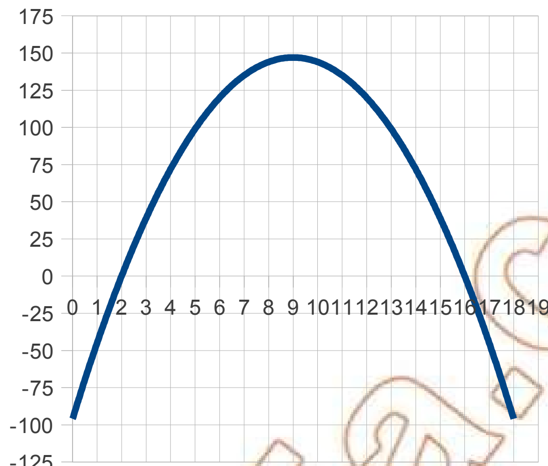
$$\Rightarrow x=\frac{18\pm\sqrt{(-18)^2-4\cdot 1\cdot 32}}{2\cdot 1}=\frac{18\pm\sqrt{196}}{2}=\frac{18\pm 14}{2}\qquad\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} t_1=16 \\ t_2=2 \end{array}\right.$$

Los beneficios y los gastos coincidieros el segundo año y el decimo sexto.

b) Beneficios: $B(t)=I(t)-G(t)=-3t^2+54t-96 \quad , \quad 0\le t\le 18$

Se trata de una función parabólica cócava.

Puntos de corte: $(0,-96)$
$(2,0)$
$(16,0)$



miles de euros- años transcurridos

c) Máximo: $B'(t)=0 \Rightarrow -6t+54=0 \Rightarrow t=9$
$B(9)=147$

Los beneficios fueros máximos el novenos año, alcanzando un valor de 147 mil euros.

EJERCICIO 3

Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error?

b) Supongamos que elegimos una página al azar y observemos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?

a) Número total de páginas: 440

$$P(E)=P(E|1)\cdot P(1)+P(E|2)\cdot P(2)+P(E|3)\cdot P(3)+P(E|4)\cdot P(4)$$

$$P(E)=\frac{5}{100}\cdot\frac{140}{440}+\frac{4}{100}\cdot\frac{100}{440}+\frac{2}{100}\cdot\frac{150}{440}+0\cdot\frac{50}{440}$$

$$P(E)=\frac{7}{220}$$

b) $P(E^C)=1-P(E)=\dfrac{213}{220}$

$$P(E^C|2)=1-P(E|2)=\frac{96}{100}$$

$$P(2|E^C)=\frac{P(E^C|2)\cdot P(2)}{P(E^C)}=\frac{\frac{96}{100}\cdot\frac{100}{440}}{\frac{213}{220}}=\frac{16}{71}$$

EJERCICIO 4

a) Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muetra?

b) El peso de los individuos de una población se ditribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.

a) Población=1000

$E_1 = 150 \rightarrow 15$

$E_2 = 400 \rightarrow 40$

$E_3 = 250 \rightarrow 25$

$E_4 = 200 \rightarrow 20$

Del tercer estrato se toman 10 individuos. Como la muestra es aleatoria estratificada con afijación normal, estos 10 individuos suponen el 25% del total de la muestra (misma proporción que en la población):

$$\frac{25}{100} = \frac{10}{n} \Rightarrow n = 40 \text{ individuos}$$.

b) Población: $N(\mu, 6\text{ kg})$

$$\left.\begin{array}{l} 1-\alpha = 0.95 \\ E < 1\text{ kg} \\ E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\sigma}{n}} \end{array}\right\} \Rightarrow n > \sigma \cdot \left(\frac{z_{\alpha/2}}{1}\right)^2 = 6 \cdot \left(\frac{1.96}{1}\right)^2 = 23.0496$$

La muestra debe tener, como mínimo, 24 individuos.